

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΒΟΗΘΗΜΑ**  
για το μάθημα  
**ΑΡΧΕΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ**

ΓΙΩΡΓΟΣ ΚΑΜΑΡΙΝΟΣ  
οικονομολόγος – εκπαιδευτικός

**ΠΡΟΛΟΓΟΣ**

Η εμφάνιση της οικονομικής σκέψης παρατηρήθηκε στα αρχαία χρόνια, αλλά η εφαρμογή και η επεξεργασία των οικονομικών εννοιών με μαθηματικούς όρους πραγματοποιήθηκε για πρώτη φορά μετά το 1800 από γνωστούς οικονομολόγους όπως ο Άλφρεντ Μάρσαλ, ο Αντουάν-Ωγκυστέν Κουρνό και ο Φλήμινγκ Τζένκιν.

Η κατανόηση, λοιπόν, των διαφόρων βασικών οικονομικών εννοιών απαιτεί τη γνώση της μαθηματικής επιστήμης. Ωστόσο, όσον αφορά τους μαθητές που θα παρακολουθήσουν και θα εξεταστούν στο μάθημα επιλογής της Γ΄ Λυκείου «Αρχές Οικονομικής Θεωρίας», θα πρέπει να κατέχουν μόνο κάποιες βασικές μαθηματικές γνώσεις που είναι αρκετές για να επιτευχθεί η αποτελεσματική ανάλυση και εφαρμογή των οικονομικών εννοιών και μεγεθών που αναφέρονται στο σχολικό βιβλίο.

Στο ακόλουθο άρθρο, λοιπόν, γίνεται αναφορά με χρήση παραδειγμάτων στις προαπαιτούμενες μαθηματικές γνώσεις που χρειάζεται να έχουν οι υποψήφιοι που θα παρακολουθήσουν και θα εξεταστούν στο μάθημα επιλογής «Αρχές Οικονομικής Θεωρίας»

ΓΙΩΡΓΟΣ ΚΑΜΑΡΙΝΟΣ  
οικονομολόγος – εκπαιδευτικός

**Επίλυση συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους**

- ο με τη μέθοδο της αντικατάστασης :

$$\left. \begin{matrix} 160 = X + 10 \cdot \Psi \\ 80 = X + 30 \cdot \Psi \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} X = 160 - 10 \cdot \Psi \\ 80 = 160 - 10 \cdot \Psi + 30 \cdot \Psi \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} X = 160 - 10 \cdot 4 \\ \Psi = -4 \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \begin{matrix} X = 200 \\ \Psi = -4 \end{matrix}$$

- ο με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών (προσθέτουμε κατά μέλη) :

$$\left. \begin{matrix} 160 = X + 10 \cdot \Psi \\ 80 = X + 30 \cdot \Psi \end{matrix} \right\} \cdot (-1) \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} 160 = X + 10 \cdot \Psi \\ 80 = -20 \cdot \Psi \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} 160 = X + 10 \cdot (-4) \\ \Psi = -4 \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \begin{matrix} X = 200 \\ \Psi = -4 \end{matrix}$$

\* Αυτές οι μέθοδοι είναι οι πιο συνηθισμένες, ενώ υπάρχουν κι άλλες όπως π.χ. με ορίζουσες.

**Χρησιμεύει (συνήθως)** → στην εύρεση γραμμικής συνάρτησης ζήτησης (κεφάλαιο 2) και προσφοράς (κεφάλαιο 4) ή στον ταυτόχρονο υπολογισμό δύο μεγεθών προϊόντος ή κόστους (κεφάλαιο 3).

### Εύρεση γραμμικής συνάρτησης

$$Y = \alpha \cdot X + \beta \quad \text{δύο σημεία : } A (X = 160, \Psi = 10), B (X = 80, \Psi = 30)$$

- ο με τη μαθηματική εξίσωση ευθείας :

$$\frac{X - X_1}{\Psi - \Psi_1} = \frac{X_2 - X_1}{\Psi_2 - \Psi_1} \Leftrightarrow \frac{X - 160}{\Psi - 10} = \frac{80 - 160}{30 - 10} \Leftrightarrow$$

$$(X - 160) \cdot 20 = (\Psi - 10) \cdot (-80) \Leftrightarrow \Psi = -\frac{1}{4} X + 50$$

- ο με την επίλυση συστήματος :

$$\left. \begin{array}{l} 10 = \alpha \cdot 160 + \beta \\ 30 = \alpha \cdot 80 + \beta \end{array} \right\} \cdot (-1) \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} 10 = \alpha \cdot 160 + \beta \\ -20 = \alpha \cdot 80 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} 10 = -\frac{1}{4} \cdot 160 + \beta \\ \alpha = -\frac{1}{4} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} \beta = 50 \\ \alpha = -\frac{1}{4} \end{array} \right\}$$

$$\text{Άρα } \Psi = -\frac{1}{4} X + 50$$

Χρησιμεύει (συνήθως)

στην εύρεση γραμμικής συνάρτησης ζήτησης (κεφάλαιο 2) και προσφοράς (κεφάλαιο 4) ή πιο σπάνια στην εύρεση γραμμικής συνάρτησης ΚΠΔ (κεφάλαιο 1).

### Χρήση ποσοστών - υπολογισμός ποσοστιαίας μεταβολής

- ο αύξηση ή μείωση κατά ένα ποσοστό :

Έστω  $X = 50$ .

- Αν αυξηθεί κατά **20%**, τότε θα έχουμε :

$$X' = X + \frac{20}{100} \cdot X = 50 + \frac{20}{100} \cdot 50 = 50 + 10 = 60$$

- Αν μειωθεί κατά **20%**, τότε θα έχουμε :

$$X' = X - \frac{20}{100} \cdot X = 50 - \frac{20}{100} \cdot 50 = 50 - 10 = 40$$

- ο υπολογισμός ποσοστιαίας μεταβολής :

Έστω ότι το X αυξάνεται από  $X_1 = 80$  σε  $X_2 = 100$ .

Η ποσοστιαία μεταβολή θα είναι :  $\frac{X_2 - X_1}{X_1} \cdot 100 = \frac{100 - 80}{80} \cdot 100 = 25\%$

**Χρησιμεύει (συνήθως)**

➤ στην εύρεση νέας συνάρτησης ζήτησης / προσφοράς ή νέας ζητούμενης/προσφερόμενης ποσότητας μετά από ποσοστιαία μεταβολή ενός μεγέθους (τιμής, ζήτησης ή προσφοράς)  
 ➤ στον υπολογισμό ποσοστιαίας μεταβολής ενός μεγέθους όπως π.χ. της τιμής, της ποσότητας, του εισοδήματος ή της συνολικής δαπάνης των καταναλωτών.

**Υπολογισμός ριζών σε ένα τριώνυμο**

$a \cdot X^2 + \beta \cdot X + \gamma = 0$

Η διακρίνουσα θα είναι :  $\Delta = \beta^2 - 4 \cdot a \cdot \gamma$

Οι ρίζες θα είναι :

$$P_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$P_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

Αριθμητικό παράδειγμα

$2 \cdot X^2 + 10 \cdot X - 600 = 0$

Η διακρίνουσα θα είναι :  $\Delta = 10^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-600) = 4900$

Οι ρίζες θα είναι :

$$P_1 = \frac{-10 + \sqrt{4900}}{2 \cdot 2} = 15$$

$$P_2 = \frac{-10 - \sqrt{4900}}{2 \cdot 2} = -20 \text{ απορρίπτεται}$$

**Χρησιμεύει (συνήθως)**

στην εύρεση της τιμής και της ποσότητας ισορροπίας όταν η συνάρτηση ζήτησης έχει τη μορφή μιας ισοσκελούς υπερβολής (κεφάλαιο 5).