

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3°****«ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΝΑΛΟΓΟΙ – ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΙ –
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ ΑΝΑΛΟΓΟΙ»**

- Δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται **ανάλογοι** προς άλλους, αν γίνονται από αυτούς όταν πολλαπλασιαστούν με τον ίδιο αριθμό.
- Δύο αριθμοί λέγονται **αντίστροφοι** όταν το γινόμενό τους ισούται με τη μονάδα.
- Όταν δύο ή περισσότεροι αριθμοί είναι ανάλογοι προς τους αντίστροφούς τους, τότε οι αριθμοί αυτοί λέγονται **αντιστρόφως ανάλογοι** προς άλλους ισοπληθείς.

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να εξετάσετε αν :

- α) οι αριθμοί **45, 63, 108** είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς **5, 7, 12**
 β) οι αριθμοί **4, 5, 8** είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς **24, 30, 48**
 γ) οι αριθμοί **48, 64, 84** είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς **6, 8, 12**

ΛΥΣΗ

α) ⇒ Οι αριθμοί 45, 63, 108 είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς 5, 7, 12 γιατί προκύπτουν από αυτούς, όταν πολλαπλασιαστούν με τον αριθμό **9**. Συγκεκριμένα :

$$5 \cdot 9 = 45 \qquad 7 \cdot 9 = 63 \qquad 12 \cdot 9 = 108$$

⇒ Αλλά και οι αριθμοί 5, 7, 12 είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς 45, 63, 108 γιατί προκύπτουν από αυτούς, όταν πολλαπλασιαστούν με τον αριθμό $\frac{1}{9}$. Συγκεκριμένα :

$$45 \cdot \frac{1}{9} = 5 \qquad 63 \cdot \frac{1}{9} = 7 \qquad 108 \cdot \frac{1}{9} = 12$$

⇒ Εναλλακτικά, μπορούμε να αναφέρουμε ότι οι αριθμοί είναι ανάλογοι γιατί ισχύει :

$$\frac{45}{5} = \frac{63}{7} = \frac{108}{12} = 9 \quad \text{ή} \quad \frac{5}{45} = \frac{7}{63} = \frac{12}{108} = \frac{1}{9}$$

β) ⇒ Οι αριθμοί 4, 5, 8 είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς 24, 30, 48 γιατί προκύπτουν από αυτούς, όταν πολλαπλασιαστούν με τον αριθμό $\frac{1}{6}$. Συγκεκριμένα :

$$24 \cdot \frac{1}{6} = 4 \qquad 30 \cdot \frac{1}{6} = 5 \qquad 48 \cdot \frac{1}{6} = 8$$

⇒ Αλλά και οι αριθμοί 24, 30, 48 είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς 4, 5, 8 γιατί προκύπτουν από αυτούς, όταν πολλαπλασιαστούν με τον αριθμό 6. Συγκεκριμένα :

$$4 \cdot 6 = 24 \qquad 5 \cdot 6 = 30 \qquad 8 \cdot 6 = 48$$

⇒ Εναλλακτικά, μπορούμε να αναφέρουμε ότι οι αριθμοί είναι ανάλογοι γιατί ισχύει :

$$\frac{4}{24} = \frac{5}{30} = \frac{6}{48} = \frac{1}{6} \quad \text{ή} \quad \frac{24}{4} = \frac{30}{5} = \frac{48}{8} = 6$$

γ) ⇒ Οι αριθμοί 48, 64 είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς 6, 8 γιατί προκύπτουν από αυτούς, όταν πολλαπλασιαστούν με τον αριθμό 8. Αυτό όμως δεν ισχύει για τον αριθμό 84 γιατί προκύπτει από το 12 αν πολλαπλασιαστεί με 7. Συγκεκριμένα :

$$6 \cdot 8 = 48 \qquad 8 \cdot 8 = 64 \qquad 12 \cdot 7 = 84 \rightarrow \text{OXI}$$

⇒ Αλλά και οι αριθμοί 6, 8 είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς 48, 64 γιατί προκύπτουν από αυτούς, όταν πολλαπλασιαστούν με τον αριθμό $\frac{1}{8}$. Αυτό όμως δεν ισχύει για τον αριθμό 12 γιατί προκύπτει από το 84 αν πολλαπλασιαστεί με $\frac{1}{7}$. Συγκεκριμένα :

$$48 \cdot \frac{1}{8} = 6 \qquad 64 \cdot \frac{1}{8} = 8 \qquad 84 \cdot \frac{1}{7} = 12 \rightarrow \text{OXI}$$

⇒ Εναλλακτικά, μπορούμε να αναφέρουμε ότι οι αριθμοί είναι ανάλογοι γιατί ισχύει :

$$\frac{48}{6} = \frac{64}{8} = 8 \neq \frac{84}{12} = 7 \quad \text{ή} \quad \frac{6}{48} = \frac{8}{64} = \frac{1}{8} \neq \frac{12}{84} = \frac{1}{7}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ανάμεσα στους ακόλουθους αριθμούς να διακρίνετε εκείνους οι οποίοι είναι αντίστροφοι μεταξύ τους. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

$$0,5 \quad - \quad \frac{10}{2} \quad - \quad 8 \quad - \quad 2 \quad - \quad \frac{1}{4} \quad - \quad \frac{2}{16} \quad - \quad 0,2 \quad - \quad 4$$

ΛΥΣΗ

$$0,5 \quad \text{και} \quad 2 \quad \text{γιατί} \quad 0,5 \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

$$\frac{10}{2} \quad \text{και} \quad 0,2 \quad \text{γιατί} \quad \frac{10}{2} \cdot 0,2 = 5 \cdot \frac{1}{5} = 1$$

$$8 \quad \text{και} \quad \frac{2}{16} \quad \text{γιατί} \quad 8 \cdot \frac{2}{16} = 8 \cdot \frac{1}{8} = 1$$

$$4 \quad \text{και} \quad \frac{1}{4} \quad \text{γιατί} \quad 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνονται δύο ομάδες αριθμών :

$$\text{ΟΜΑΔΑ Α : } 40 - 24 - 56 - 12$$

$$\text{ΟΜΑΔΑ Β : } \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{10} - \frac{1}{14}$$

Κάθε αριθμός της ομάδας Α είναι αντιστρόφως ανάλογος προς ένα αριθμό της ομάδας Β. Να αντιστοιχίσετε τους σωστούς αριθμούς, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

ΛΥΣΗ

Πρώτα θα υπολογίσουμε τους αριθμούς που είναι αντίστροφοι προς τους αριθμούς της ομάδας Β:

$$\text{Ο αντίστροφος του } \frac{1}{3} \text{ είναι το } \mathbf{3} \text{ γιατί } \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$$

$$\text{Ο αντίστροφος του } \frac{1}{6} \text{ είναι το } \mathbf{6} \text{ γιατί } \frac{1}{6} \cdot 6 = 1$$

$$\text{Ο αντίστροφος του } \frac{1}{10} \text{ είναι το } \mathbf{10} \text{ γιατί } \frac{1}{10} \cdot 10 = 1$$

$$\text{Ο αντίστροφος του } \frac{1}{14} \text{ είναι το } \mathbf{14} \text{ γιατί } \frac{1}{14} \cdot 14 = 1$$

Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε τους αριθμούς της ομάδας Α που είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς 3, 6, 10 και 14. Προκύπτουν τα ακόλουθα:

⇒ Οι αριθμοί 40, 24, 56 και 12 είναι, αντίστοιχα, ανάλογοι προς τους αριθμούς 10, 6, 14 και 3 γιατί προκύπτουν από αυτούς, όταν πολλαπλασιαστούν με τον αριθμό **4**. Συγκεκριμένα :

$$10 \cdot 4 = 40$$

$$6 \cdot 4 = 24$$

$$14 \cdot 4 = 56$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

⇒ Εναλλακτικά, μπορούμε να αναφέρουμε ότι οι αριθμοί είναι ανάλογοι γιατί ισχύει :

$$\frac{40}{10} = \frac{24}{6} = \frac{56}{14} = \frac{12}{3} = 4$$

Τελική απάντηση

Ο αριθμός **40** είναι ανάλογος προς τον αριθμό 10 και **αντιστρόφως ανάλογος** προς τον αριθμό $\frac{1}{10}$.

Ο αριθμός **24** είναι ανάλογος προς τον αριθμό 6 και **αντιστρόφως ανάλογος** προς τον αριθμό $\frac{1}{6}$.

Ο αριθμός **56** είναι ανάλογος προς τον αριθμό 14 και **αντιστρόφως ανάλογος** προς τον αριθμό $\frac{1}{14}$.

Ο αριθμός **12** είναι ανάλογος προς τον αριθμό 3 και **αντιστρόφως ανάλογος** προς τον αριθμό $\frac{1}{3}$.